



Lato Sensu

ENGENHARIA CLÍNICA

*Especialização*  
*em*  
*Engenharia Clínica*  
*Introdução a Bioestatística*

Docente:

> Marcelino M. de Andrade, Dr.





Lato Sensu

ENGENHARIA CLÍNICA

## Apresentação: Módulo 02

Módulos	Conteúdos Teóricos
<p><b>2º</b> 07/08.</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Teoria Elementar da Amostragem</li><li>- Teoria Estatística da Estimação</li><li>- Teoria da Decisão Estatística</li><li>- Análise de Séries Temporais</li></ul>
	<p>- Práticas de Laboratório.</p>

- Distribuições Amostrais
- Censo a amostragem
- Amostra aleatória
- Estimador e estimativa
- Dimensionamento de amostra
- Intervalo de confiança
- Teste paramétrico
- Tipos de erro
- Testes de médias e variâncias
- Análise de variância
- Correlação e regressão linear
- Médias móveis

Período Vespertino



Lato Sensu

ENGENHARIA CLÍNICA

# Teoria Elementar da Amostragem

---

A teoria elementar da amostragem é um estudo das relações existentes entre uma população e as amostras dela extraídas.

Em geral, um estudo de **inferência** é feito a respeito de uma população mediante a utilização de amostras dela extraídas, juntamente com as indicações da precisão.

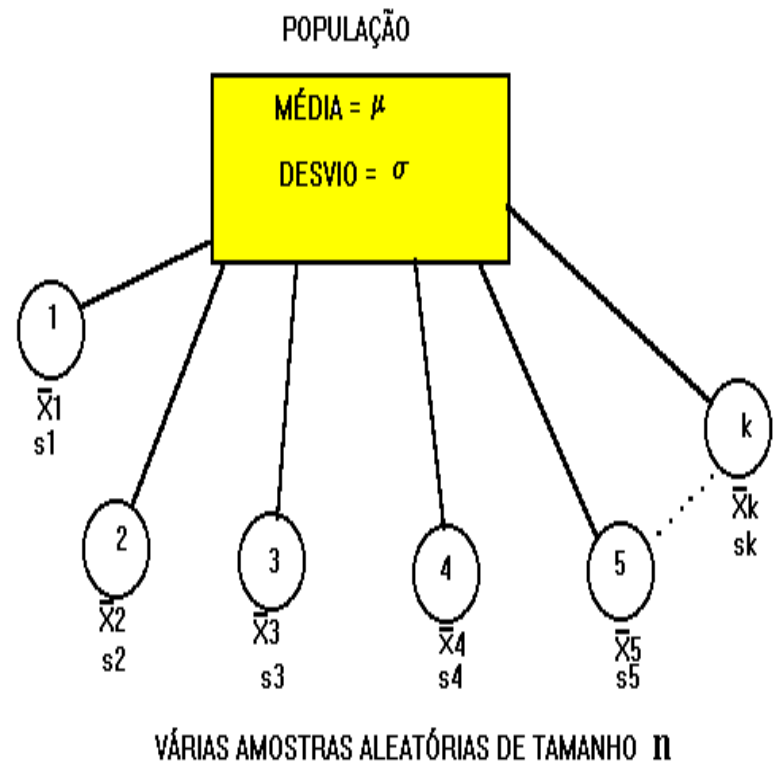
**Exemplo:** O fabricante de uma droga medicinal reivindicou que ela era 90% eficaz em eliminar uma reação alergia, em um período de 8 horas. Em uma amostra de 200 pessoas, a droga tratou 160 pessoas. Determine se a pretensão do fabricante é legítima. ??????????????????



# Distribuições Amostrais

Considere todas as amostras possíveis de tamanho  $N$  que podem ser retiradas de uma população dada. Para cada amostra pode-se calcular uma grandeza estatística.

Desse modo, obtém-se uma distribuição da grandeza denominada distribuição amostral.





# Distribuições Amostrais – Exemplo I

Frequência Cardíaca da população:

67 67 68 68 68 69 69 69 69 69

70 70 70 70 71 71 72 72 73 74

Cinco amostras aleatórias da população (cada amostra com n=3)

Num. da Amostra	Dados Amostrais	$\bar{X}_i$	
1	68, 69, 71	69.33	$\bar{X} = 69.33$  $D.P. = 0.7088$
2	68, 70, 72	70.00	
3	67, 70, 73	70.00	
4	67, 69, 69	68.33	
5	68, 69, 70	69.00	



## Distribuição Amostral das Médias

Admita-se que tôdas as amostras possíveis de tamanho  $N$  são retiradas, sem reposição, de uma população finita de tamanho  $N_p > N$ . Se a média e o desvio padrão da distribuição amostral das médias foram designados por  $\mu_{\bar{X}}$  e  $\sigma_{\bar{X}}$ , e os valores correspondentes da população o forem por  $\mu$  e  $\sigma$ , respectivamente, então:

$$\mu_{\bar{X}} = \mu \quad \text{e} \quad \sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{N_p - N}{N_p - 1}}$$

Se a população fôr infinita, ou se a amostragem fôr tomada com reposição, os resultados acima reduzir-se-ão a:

$$\mu_{\bar{X}} = \mu \quad \text{e} \quad \sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$



# Distribuição Amostral das Médias

**Exemplo I** – Um lote de 500 frascos de um determinado medicamento têm um peso médio de 5,02 onças e um desvio padrão de 0,30 onça. Determine a probabilidade de uma amostra de 100 frascos desse medicamento, escolhido ao acaso, ter um peso total de: (a) entre 496 e 500 onças; (b) mais de 510 onças.

????????

$$\mu_{\bar{X}} = \mu \quad e \quad \sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{N_p - N}{N_p - 1}}$$

$$z = \frac{(X - \mu)}{\sigma}$$

$$Y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-1/2 z^2}$$



## Distribuição Amostral das Proporções

Considerem-se tôdas as amostras possíveis de tamanho  $N$  extraídas de uma população e, para cada amostra, determinemos a proporção  $P$  de sucessos. No caso da moeda,  $P$  seria a proporção de caras que aparecessem em  $N$  lances. Então, obtém-se uma *distribuição amostral das proporções*, cuja média,  $\mu_P$ , e desvio padrão,  $\sigma_P$ , são dados por :

$$\mu_P = p$$

$$\sigma_P = \sqrt{\frac{pq}{N}} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{N}},$$

ou

Média	$\mu = Np$
Variância	$\sigma^2 = Npq$
Desvio padrão	$\sigma = \sqrt{Npq}$

# Distribuição Amostral das Proporções

**Exemplo II** - Verificou-se que 2% das incubadoras neonatal adquiridas pelo SUS são defeituosas. Qual a probabilidade de, em uma remessa de 400 dessas incubadoras, revelarem defeituosas: (a) 3% ou mais; (b) 2% ou menos.

?????????

*distribuição binomial,*

Média	$\mu = Np$
Variância	$\sigma^2 = Npq$
Desvio padrão	$\sigma = \sqrt{Npq}$

$$z = \frac{(X - \mu)}{\sigma}$$

$$Y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-1/2 z^2}$$

## Distribuição Amostral das Diferenças

Se  $S_1$  e  $S_2$  são as médias das amostras das duas populações, representadas por  $\bar{X}_1$  e  $\bar{X}_2$ , então a distribuição amostral das diferenças das médias, para populações infinitas, com as médias e os desvios padrões  $\mu_1, \sigma_1$  e  $\mu_2, \sigma_2$ , respectivamente, é dada por:

$$\mu_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \mu_{\bar{X}_1} - \mu_{\bar{X}_2} = \mu_1 - \mu_2 \quad e.$$

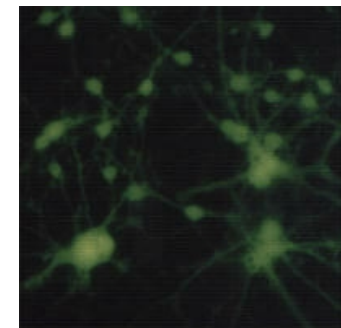
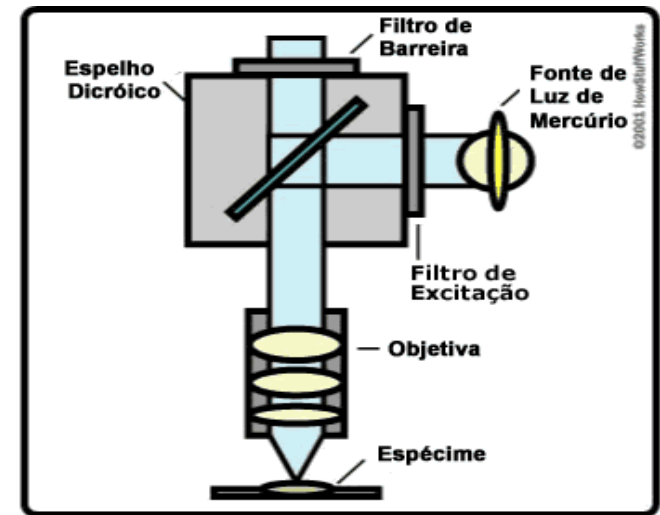
$$\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{\delta_{\bar{X}_1}^2 + \delta_{\bar{X}_2}^2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{N_1} + \frac{\sigma_2^2}{N_2}},$$



Lato Sensu

## Distribuição Amostral das Diferenças

**Exemplo III:** As lâmpadas de luz de Mercúrio para microscopia de fluorescência do fabricante A têm duração média de 1400 horas, com desvio padrão de 200 horas, enquanto que as lâmpadas do fabricante B têm duração média de 1200 horas, com um desvio padrão de 100 horas. Se forem ensaiadas amostras aleatórias de 125 lâmpadas de cada marca, qual a probabilidade das de marca A terem vida média maior do que as de B de pelo menos: (a) 160 horas; (b) 250 horas.





Lato Sensus

ENGENHARIA CLÍNICA

# Teoria Estatística da Estimação

---

## Estimação de Parâmetros

Do ponto de vista prático é, normalmente, mais importante poder deduzir informações relativas a uma população, mediante a utilização de amostras dela extraídas. Esse problemas dizem respeito a **inferência estatística**, que utiliza os princípios da **teoria da amostragem**.



# Teoria Estatística da Estimação

---

## Estimativas do intervalo de confiança

Sejam  $\mu_S$  e  $\sigma_S$  a média e o desvio padrão (erro padrão) da distribuição amostral de uma estatística  $S$ . Então, se a distribuição amostral de  $S$  é aproximadamente normal (o que se tem verificado ser verdade para muitas estatísticas, quando o tamanho da amostra  $N \geq 30$ ), pode-se esperar que se encontre uma estatística amostral real,  $S$ , situada nos intervalos de  $\mu_S - \sigma_S$  a  $\mu_S + \sigma_S$ , de  $\mu_S - 2\sigma_S$  a  $\mu_S + 2\sigma_S$ , ou de  $\mu_S - 3\sigma_S$  a  $\mu_S + 3\sigma_S$ , aproximadamente, em 68,27, 95,45 e 99,73% de vezes, respectivamente.



# Teoria Estatística da Estimação

## Estimativas do intervalo de confiança

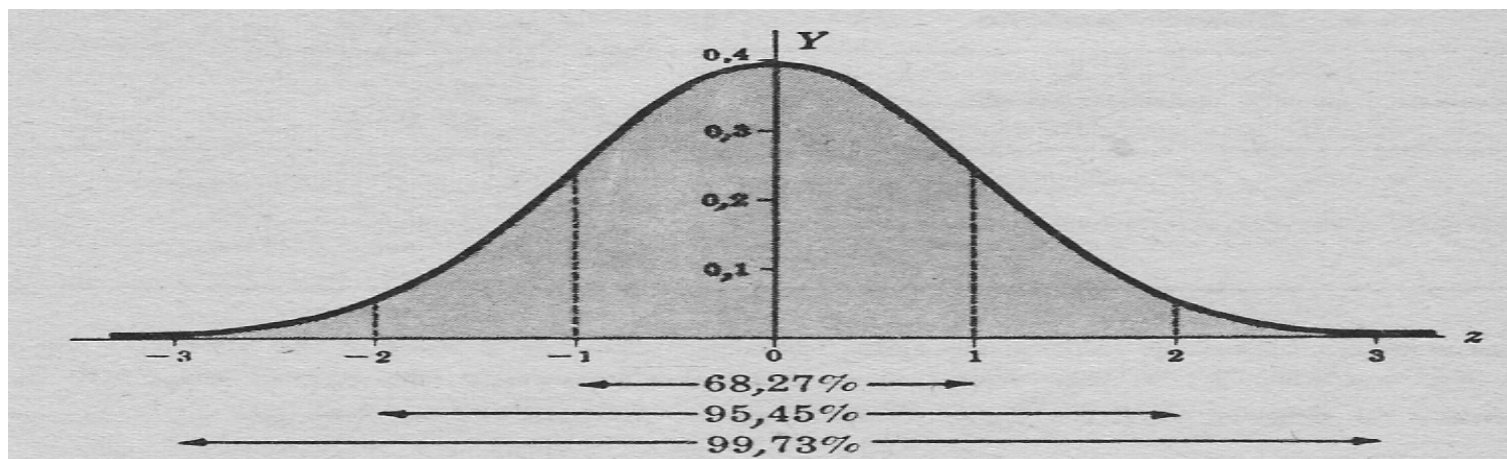
68,27% dos casos estão incluídos entre  $\bar{X} - s$  e  $\bar{X} + s$

(i. e., um desvio padrão de cada lado da média).

95,45% dos casos estão incluídos entre  $\bar{X} - 2s$  e  $\bar{X} + 2s$

(i. e., dois desvios padrões de cada lado da média).

99,73% dos casos estão incluídos entre  $\bar{X} - 3s$  e  $\bar{X} + 3s$





# Teoria Estatística da Estimação

## Estimativas do intervalo de confiança das médias

Se a estatística  $S$  é a média amostral  $\bar{X}$ , então os limites de confiança de 95 e 99%, para a estimação da média populacional  $\mu$ , são dados por  $\bar{X} \pm 1,96\sigma_{\bar{X}}$  e  $\bar{X} \pm 2,58\sigma_{\bar{X}}$ , respectivamente.

Adotando-se os valores de  $\sigma_{\bar{X}}$  os limites de confiança, para a média populacional, são dados por:

$$\bar{X} \pm z_c \frac{\sigma}{\sqrt{N}},$$

no caso da amostragem de uma população infinita, ou tirada, com reposição, de uma população finita, e por:

$$\bar{X} \pm z_c \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{N_p - N}{N_p - 1}},$$

quando a amostragem tiver sido extraída sem reposição, de uma população finita de tamanho  $N_p$ .

# Teoria Estatística da Estimação

**Exemplo IV** – O período do ciclo cardíaco de uma amostra aleatória de 200 indivíduos que realizam um determinado teste clínico durante uma semana apresentaram média de 0,824 min e desvio de 0,042 min. Determinar os limites de confiança de: (a) 95%; (b) 99% para o período médio de todos os indivíduos submetidos aos teste.

?????????

$$\bar{X} \pm z_c \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

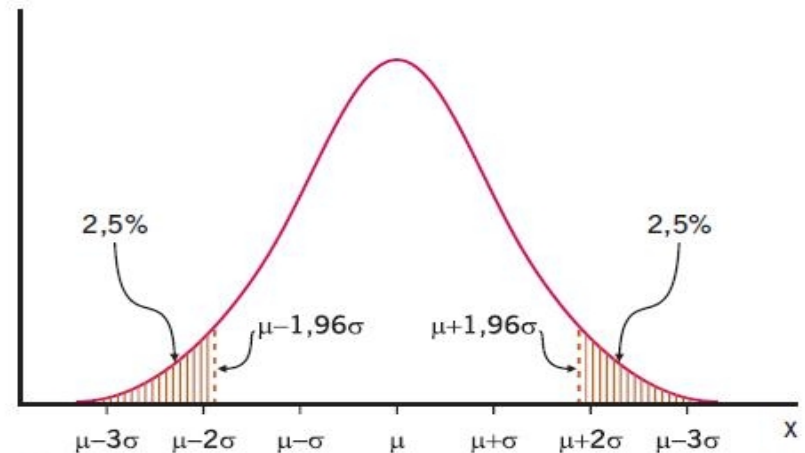


Figura 12 – Intervalo de confiança em torno do valor estimado por krigagem ordinária



Lato Sensu

ENGENHARIA CLÍNICA

# Teoria da Decisão Estatística

---

Na prática, somos chamados com muita frequência a tomar decisões a cerca de uma população, baseadas nas informações das amostras. Essas decisões são denominadas de **inferências estatísticas**.

Ao tentar a fixação de decisões, é conveniente a formulação de hipóteses ou conjecturas relacionadas as populações interessadas. Essas suposições, que podem ser verdadeiras ou não, são denominadas de **Hipóteses Estatísticas**



Lato Sensus

ENGENHARIA CLÍNICA

# Teoria da Decisão Estatística

---

## As Hipóteses Estatísticas

**Hipótese Nula ( $H_0$ ):** é assumida como verdadeira até que provas estatísticas, relacionada aos testes de hipóteses, indiquem o contrário.

**Hipótese Alternativa ( $H_1$ ):** é assumida como qualquer hipótese que difira da prefixada.



Lato Sensu

ENGENHARIA CLÍNICA

# Teoria da Decisão Estatística

---

## As Hipóteses Estatísticas

**Exemplo V:** O fabricante de uma droga medicinal reivindicou que ela era 90% eficaz em eliminar uma reação alergia, em um período de 8 horas. Em uma amostra de 200 pessoas, a droga tratou 160 pessoas. Determine se a pretensão do fabricante é legítima.

**Hipóteses:**

$H_0$ : ????

$H_1$ : ????



Lato Sensu

ENGENHARIA CLÍNICA

# Teoria da Decisão Estatística

---

## As Hipóteses Estatísticas

**Exemplo V:** O fabricante de uma droga medicinal reivindicou que ela era 90% eficaz em eliminar uma reação alergia, em um período de 8 horas. Em uma amostra de 160 pessoas, a droga tratou 160 pessoas. Determine se a pretensão do fabricante é legítima.

### Hipóteses:

$H_0$ :  $p = 0,9$  e a pretensão é correta;

$H_1$ :  $p < 0,9$  e ela é falsa.



Lato Sensu

ENGENHARIA CLÍNICA

# Teoria da Decisão Estatística

---

## Erros de Tipo I e II

**Tipo I:** Se a hipótese foi rejeitada quando devia ter sido aceita;

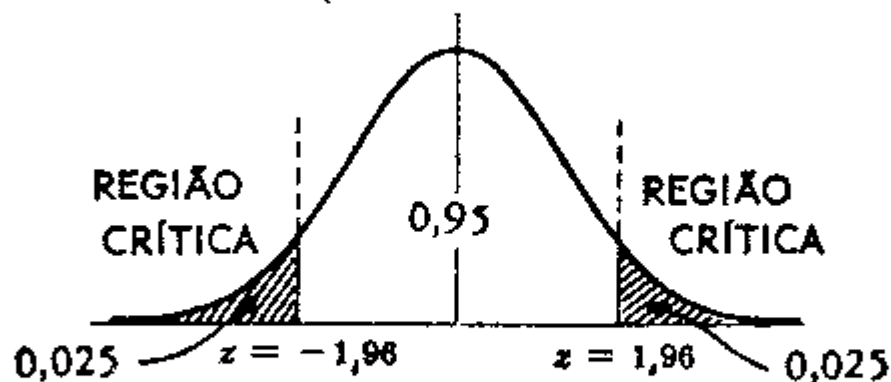
**Tipo II:** Se a hipótese foi aceita quando devia ter sido rejeitada;

Em ambos os caso ocorreu uma decisão errada ou erro de julgamento. **Como minimizar essa possibilidade???**



## Teoria da Decisão Estatística

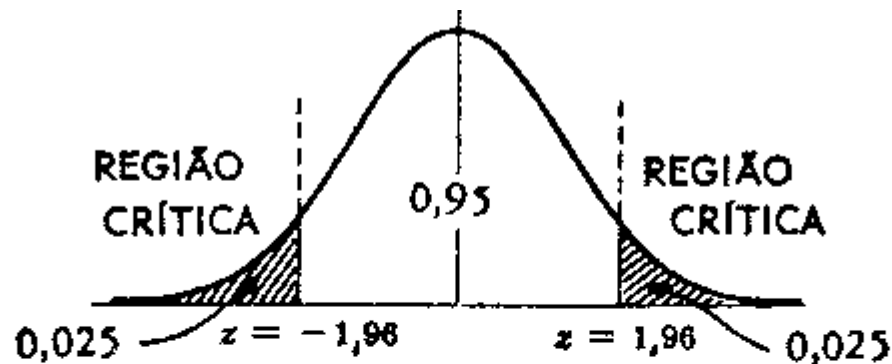
sob uma certa hipótese, a distribuição amostral de uma estatística  $S$  é normal, com a média  $\mu_S$  e o desvio padrão  $\sigma_S$ . Então, a distribuição da variável reduzida (ou escore  $z$ ), dado por  $z = (S - \mu_S)/\sigma_S$  é a distribuição normal reduzida (com média 0 e variância 1)



Como está indicado na figura, pode-se estar 95% confiante de que, se a hipótese for verdadeira, o escore  $z$  de uma estatística amostral real,  $S$ , estará compreendido entre  $-1,96$  e  $1,96$  (visto que a área subtendida pela curva normal, entre esses valores, é 0,95).



# Teoria da Decisão Estatística



Entretanto, se, ao escolher uma única amostra aleatória, verificar-se que o escore  $z$  dessa estatística cai *fora* do intervalo de  $-1,96$  a  $1,96$ , concluir-se-ia que êsse evento poderia ocorrer com a probabilidade de apenas 0,05 (área total sombreada na figura) se a hipótese

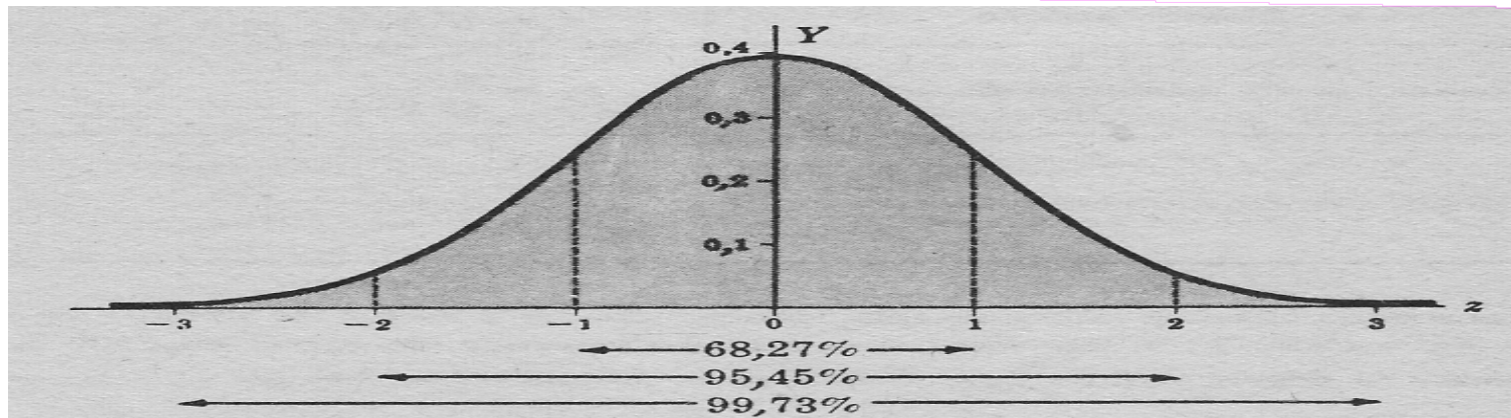
**estabelecida for verdadeira.**

# Teoria da Decisão Estatística

regra de decisão, teste de hipóteses ou significância.

(a) Rejeição da hipótese no nível de significância 0,05, quando o escore  $z$  da estatística  $S$  situar-se fora do intervalo de  $-1,96$  a  $1,96$  (isto é,  $z > 1,96$  ou  $z < -1,96$ ). Isso equivale a dizer que a estatística amostral observada é significativa no nível 0,05.

(b) Aceitação da hipótese (ou, se fôr desejado, não tomar nenhuma decisão) no caso contrário.





# Teoria da Decisão Estatística

**Exemplo VI:** O fabricante de uma droga medicinal reivindicou que ela era 90% eficaz em eliminar uma reação alergia, em um período de 8 horas. Em uma amostra de 200 pessoas, a droga tratou 160 pessoas. Determine se a pretensão do fabricante é legítima.

## Hipóteses:

$H_0$ :  $p = 0,9$  e a pretensão é correta;

$H_1$ :  $p < 0,9$  e ela é falsa.

Média	$\mu = Np$
Variância	$\sigma^2 = Npq$
Desvio padrão	$\sigma = \sqrt{Npq}$



# Teoria da Decisão Estatística

## Diferenças das médias

Sejam  $\bar{X}_1$  e  $\bar{X}_2$  as médias obtidas em duas grandes amostras, de tamanhos  $N_1$  e  $N_2$ , retiradas das populações respectivas que têm as médias  $\mu_1$  e  $\mu_2$  e os desvios padrões  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ . Considere-se a hipótese nula de que *não há diferença* entre as médias populacionais,  $\mu_1 = \mu_2$ ,

$$\mu_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = 0 \quad \text{e} \quad \sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{(\sigma_1^2/N_1) + (\sigma_2^2/N_2)}$$

em que podemos, se fôr necessário, adotar os desvios padrões das amostras,  $s_1$  e  $s_2$  (ou  $\hat{s}_1$  e  $\hat{s}_2$ ), como estimativas  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ . Usando-se as variáveis reduzidas, ou os escores  $z$  dados por:

$$z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - 0}{\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}}$$

testar a hipótese nula



Lato Sensu

ENGENHARIA CLÍNICA

# Teoria da Decisão Estatística

---

**Exemplo VII:** Suspeitando da ineficiência de um novo medicamento contra enxaqueca, um experimento foi realizado em dois grupos de voluntários portadores de enxaqueca, sendo um de controle (C), com 50 indivíduos, e outro experimental (E), com 40 indivíduos. O grupo C recebeu placebo e o grupo E recebeu o medicamento. Os resultados indicaram que no grupo de E o tempo médio de recuperação foi de 74 horas, com o desvio padrão de 8, enquanto que no grupo C o tempo médio de recuperação foi de 78 horas, com desvio padrão de 7 horas.

Determine estatisticamente se ocorreram diferenças significativas entre os grupos, nos níveis de significância de (a) 5% e (b) 1%.



Lato Sensus

ENGENHARIA CLÍNICA

## Análise de Variância

---

Para se comparar duas médias usa-se o teste t, como foi visto aqui.

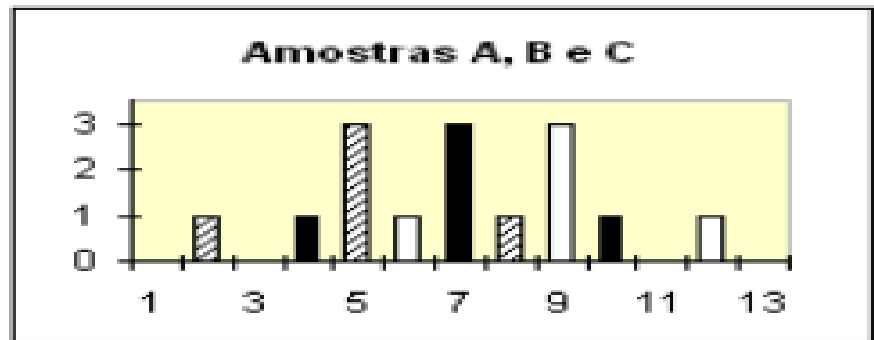
Mas, para se comparar duas médias de várias amostras essa solução é pouco eficiente, pois, dependendo do número de amostras pode existir um grande número de pares a ser analisado.



# Análise de Variância

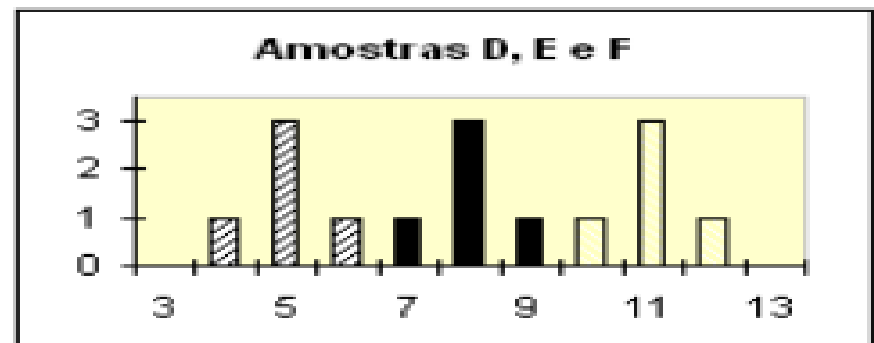
## Amostras A, B e C

	A	B	C
	5	7	9
	8	10	12
	5	7	9
	2	4	6
	5	7	9
<b>Média</b>	<b>5</b>	<b>7</b>	<b>9</b>
<b>DP</b>	<b>2,12</b>	<b>2,12</b>	<b>2,12</b>



## Amostras D, E e F

	D	E	F
	5	8	11
	6	9	12
	5	8	11
	4	7	10
	5	8	11
<b>Média</b>	<b>5</b>	<b>8</b>	<b>11</b>
<b>DP</b>	<b>0,71</b>	<b>0,71</b>	<b>0,71</b>



# Análise de Variância

---

Etapas do teste

Primeiramente calcula-se algumas variâncias e deve-se provar que elas são homogêneas, ou seja, pertencem à mesma população.

1. 2. Variância Entre as amostras

$$S_b^2 = \frac{n_1(\bar{X}_1 - \bar{\bar{X}})^2 + \dots + n_k(\bar{X}_k - \bar{\bar{X}})^2}{k-1}$$



# Análise de Variância

---

## 3. Variância Dentro das amostras

$$S_w^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} (X_i - \bar{X}_1)^2 + \dots + \sum_{i=1}^{n_k} (X_i - \bar{X}_k)^2}{n_1 + n_2 + \dots + n_k - k}$$



Lato Sensu

ENGENHARIA CLÍNICA

# Análise de Variância

Hipóteses a serem testadas

Para colocar à prova a hipótese de que as amostras podem ser consideradas como pertencentes a uma mesma população, pois elas estimam a mesma média  $\mu$ , estabelece-se as seguintes hipóteses:

$H_0$  = as médias das “a” amostras estimam a média  $\mu$ , pois não há diferenças significativas entre elas

$H_a$  = as médias das “a” amostras não estimam a média  $\mu$ , pois são diferentes entre si.

O valor da fórmula geral da variância é tanto menor quanto mais semelhantes forem as médias amostrais  $\bar{x}$ .



Lato Sensu

ENGENHARIA CLÍNICA

# Análise de Variância

---

O teste

A razão entre as variâncias entre e dentro origina o valor F, que é verificado em uma tabela de F, ao nível de 5%, em testes bicaudais.

Portanto:

$$F = s^2E / s^2D$$

sendo que F será tanto maior quanto mais diferirem as médias amostrais.

Critério: Se F for menor que Fc pode-se aceitar H0 e rejeitar Ha, ou seja: conclui-se que as médias das amostras não diferem significativamente entre si e as amostras pertencem à mesma população.

		Degrees of freedom in numerator (df1)											
		1	2	3	4	5	6	7	8	12	24	1000	
Degrees of freedom in denominator (df2)	$p$												
	1	0.100	39.86	49.50	53.59	55.83	57.24	58.20	58.91	59.44	60.71	62.00	63.30
		0.050	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	238.8	238.9	243.9	249.1	254.2
		0.025	647.8	799.5	864.2	899.6	921.8	937.1	948.2	956.6	976.7	997.3	1017.8
		0.010	4052	4999	5404	5624	5764	5859	5928	5981	6107	6234	6363
		0.001	405312	499725	540257	562668	576496	586033	593185	597954	610352	623703	636101
	2	0.100	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.41	9.45	9.49
		0.050	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.41	19.45	19.49
		0.025	38.51	39.00	39.17	39.25	39.30	39.33	39.36	39.37	39.41	39.46	39.50
		0.010	98.50	99.00	99.16	99.25	99.30	99.33	99.36	99.38	99.42	99.46	99.50
		0.001	998.38	998.84	999.31	999.31	999.31	999.31	999.31	999.31	999.31	999.31	999.31
	3	0.100	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.22	5.18	5.13
		0.050	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.74	8.64	8.53
		0.025	17.44	16.04	15.44	15.10	14.88	14.73	14.62	14.54	14.34	14.12	13.91
		0.010	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.87	27.49	27.05	26.80	26.14
		0.001	167.06	148.49	141.10	137.08	134.58	132.83	131.61	130.62	128.32	125.93	123.52
	4	0.100	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.90	3.83	3.76
		0.050	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	5.91	5.77	5.63
		0.025	12.22	10.65	9.98	9.60	9.36	9.20	9.07	8.98	8.75	8.51	8.26
0.010		21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.37	13.93	13.47	
0.001		74.13	61.25	56.17	53.43	51.72	50.52	49.65	49.00	47.41	45.77	44.09	
5	0.100	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.27	3.19	3.11	
	0.050	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.68	4.53	4.37	
	0.025	10.01	8.43	7.76	7.39	7.15	6.98	6.85	6.76	6.52	6.28	6.02	
	0.010	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	9.89	9.47	9.03	
	0.001	47.18	37.12	33.20	31.08	29.75	28.83	28.17	27.65	26.42	25.13	23.82	
6	0.100	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.90	2.82	2.72	
	0.050	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.00	3.84	3.67	
	0.025	8.81	7.26	6.60	6.23	5.99	5.82	5.70	5.60	5.37	5.12	4.86	
	0.010	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.72	7.31	6.89	
	0.001	35.51	27.00	23.71	21.92	20.80	20.03	19.46	19.03	17.99	16.80	15.77	
7	0.100	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.67	2.58	2.47	
	0.050	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.57	3.41	3.23	
	0.025	8.07	6.54	5.89	5.52	5.29	5.12	4.99	4.90	4.67	4.41	4.15	
	0.010	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.47	6.07	5.66	
	0.001	29.25	21.69	18.77	17.20	16.21	15.52	15.02	14.63	13.71	12.73	11.72	
8	0.100	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.50	2.40	2.30	
	0.050	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.28	3.12	2.93	
	0.025	7.57	6.06	5.42	5.05	4.82	4.65	4.53	4.43	4.20	3.95	3.68	
	0.010	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.67	5.28	4.87	
	0.001	25.41	18.49	15.83	14.39	13.48	12.86	12.40	12.05	11.19	10.30	9.36	
9	0.100	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.38	2.28	2.16	
	0.050	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.07	2.90	2.71	
	0.025	7.21	5.71	5.08	4.72	4.48	4.32	4.20	4.10	3.87	3.61	3.34	
	0.010	10.56	8.02	6.99	6.42	6.08	5.80	5.61	5.47	5.11	4.73	4.32	
	0.001	22.86	16.39	13.90	12.56	11.71	11.13	10.70	10.37	9.57	8.72	7.84	



*Lato Sensus*

ENGENHARIA CLÍNICA

# Teoria das Pequenas Amostras

---

Na prática, somos chamados com muita frequência a tomar decisões a cerca de uma população, baseadas nas informações das amostras.

Contudo, contextos diversos podem restringir numericamente a amostragem experimental. Assim, torna-se necessária a aplicação da **Teoria das Pequenas Amostras**



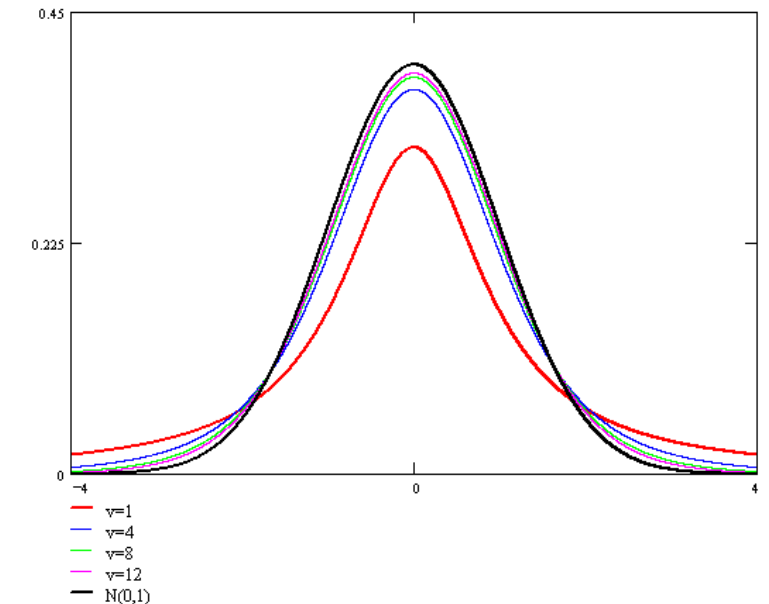
# Teoria das Pequenas Amostras

## Teoria das Pequenas Amostras - $N < 30$

A distribuição t de Student

$$f(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\sqrt{\nu\pi} \Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \left(1 + \frac{t^2}{\nu}\right)^{-\left(\frac{\nu+1}{2}\right)},$$

$$\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} e^{-t} t^{x-1} dt.$$

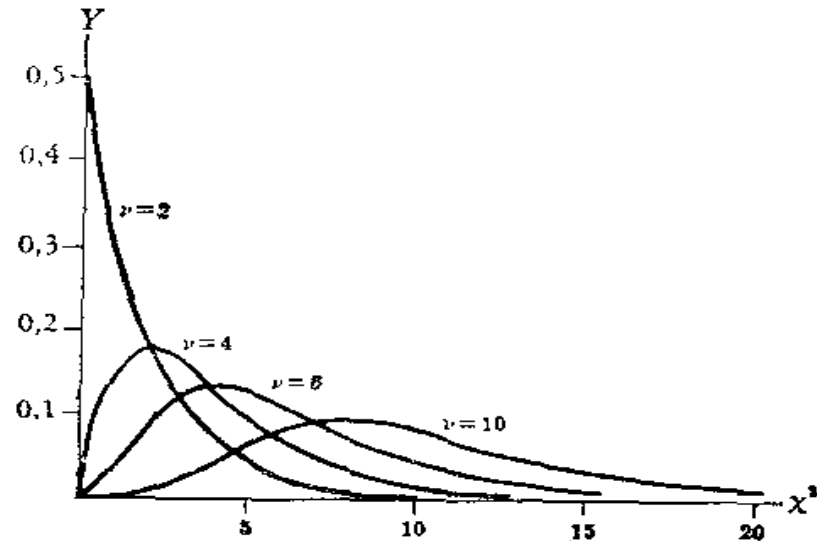




# Teoria das Pequenas Amostras

## Teoria das Pequenas Amostras - $N < 30$

A distribuição Qui-Quadrado



Distribuição de Quiquadrado ( $\chi^2$ ) para vários valores de  $\nu$ .

Essa distribuição, denominada de *qui quadrado*, é dada por:

$$Y = Y_0(\chi^2)^{\frac{1}{2}(\nu-2)} e^{-\frac{1}{2}\chi^2} = Y_0\chi^{\nu-2} e^{-\frac{1}{2}\chi^2},$$

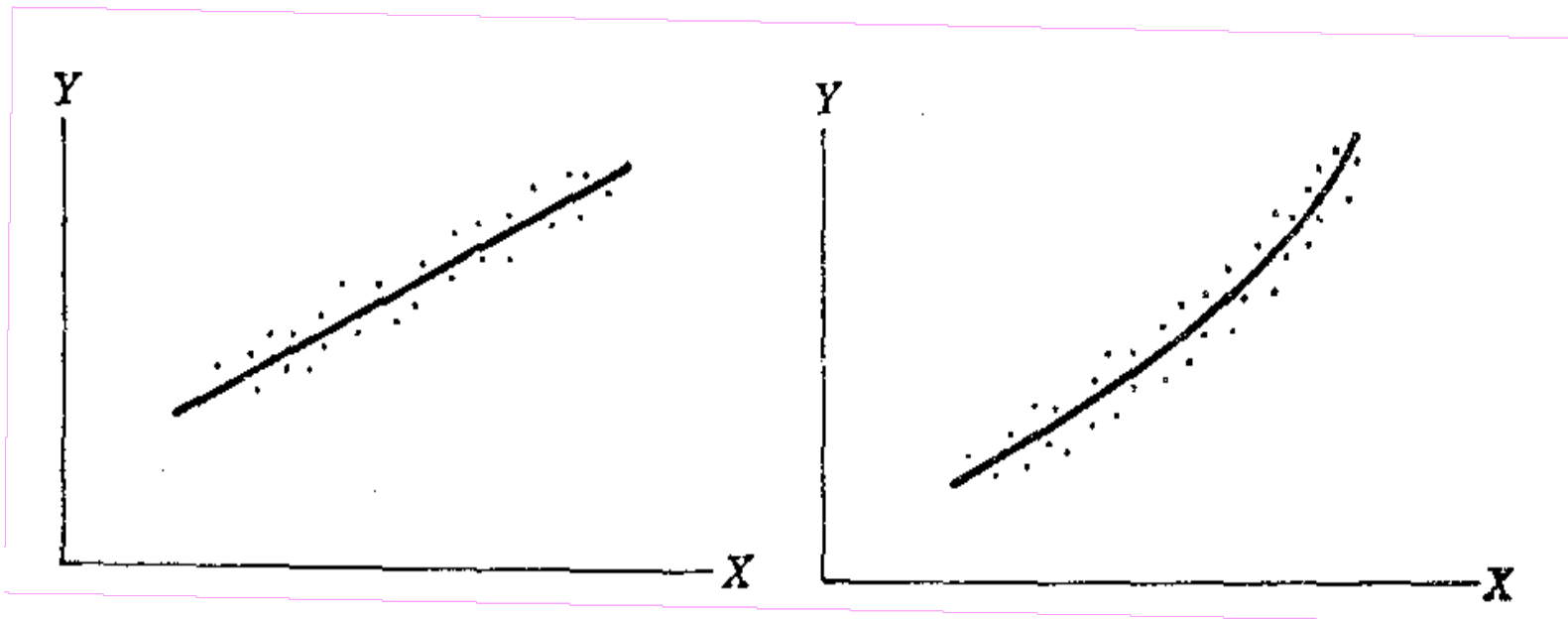


Lato Sensu

ENGENHARIA CLÍNICA

# Ajustamento de Curvas

Uma metodologia que permite relacionar variáveis experimentais por meio de modelos matemáticos





# Ajustamento de Curvas

---

Uma metodologia que permite relacionar variáveis experimentais por meio de modelos matemáticos

$$Y = a_0 + a_1X$$

$$Y = a_0 + a_1X + a_2X^2$$

$$Y = a_0 + a_1X + a_2X^2 + a_3X^3$$

$$Y = a_0 + a_1X + a_2X^2 + a_3X^3 + a_4X^4$$

$$Y = a_0 + a_1X + a_2X^2 + \dots + a_nX^n$$

$$Y = \frac{1}{a_0 + a_1X} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{Y} = a_0 + a_1X$$

$$Y = ab^X \quad \text{ou} \quad \log Y = \log a + (\log b) X \\ = a_0 + a_1X$$

$$Y = aX^b \quad \text{ou} \quad \log Y = \log a + b \log X$$

$$Y = ab^X + g$$

$$Y = aX^b + g$$

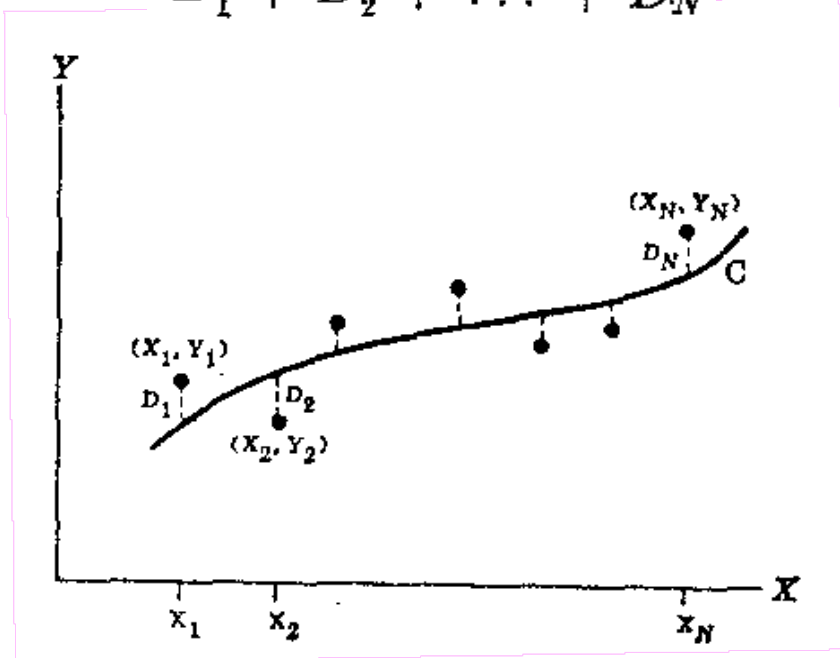


# Ajustamento de Curvas

Os mínimos quadrados

- Regressão Linear

$$D_1^2 + D_2^2 + \dots + D_N^2$$



$$Y = a_0 + a_1X,$$

$$a_0 = \frac{(\sum Y) (\sum X^2) - (\sum X) (\sum XY)}{N \sum X^2 - (\sum X)^2}$$

$$a_1 = \frac{N \sum XY - (\sum X) (\sum Y)}{N \sum X^2 - (\sum X)^2}.$$



# Ajustamento de Curvas

Ajustar uma reta de mínimo quadrado aos dados

X	1	3	4	6	8	9	11	14
Y	1	2	4	4	5	7	8	9

$$Y = a_0 + a_1X,$$

$$a_0 = \frac{(\sum Y) (\sum X^2) - (\sum X) (\sum XY)}{N \sum X^2 - (\sum X)^2}$$

$$a_1 = \frac{N \sum XY - (\sum X) (\sum Y)}{N \sum X^2 - (\sum X)^2}.$$



# Ajustamento de Curvas

Ajustar uma reta de mínimo quadrado aos dados

X	Y	X <sup>2</sup>	XY	Y <sup>2</sup>
1	1	1	1	1
3	2	9	6	4
4	4	16	16	16
6	4	36	24	16
8	5	64	40	25
9	7	81	63	49
11	8	121	88	64
14	9	196	126	81
$\Sigma X = 56$	$\Sigma Y = 40$	$\Sigma X^2 = 524$	$\Sigma XY = 364$	$\Sigma Y^2 = 256$

$$a_0 = \frac{(\Sigma Y)(\Sigma X^2) - (\Sigma X)(\Sigma XY)}{N\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2}$$

$$a_1 = \frac{N\Sigma XY - (\Sigma X)(\Sigma Y)}{N\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2}$$

$$Y = a_0 + a_1X,$$



# Ajustamento de Curvas

Ajustar uma reta de mínimo quadrado aos dados

$\Sigma X = 56$	$\Sigma Y = 40$	$\Sigma X^2 = 524$	$\Sigma XY = 364$	$\Sigma Y^2 = 256$
-----------------	-----------------	--------------------	-------------------	--------------------

$$a_0 = \frac{(\Sigma Y)(\Sigma X^2) - (\Sigma X)(\Sigma XY)}{N\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2} = \frac{(40)(524) - (56)(364)}{(8)(524) - (56)^2} = \frac{6}{11} \text{ ou } 0,545$$

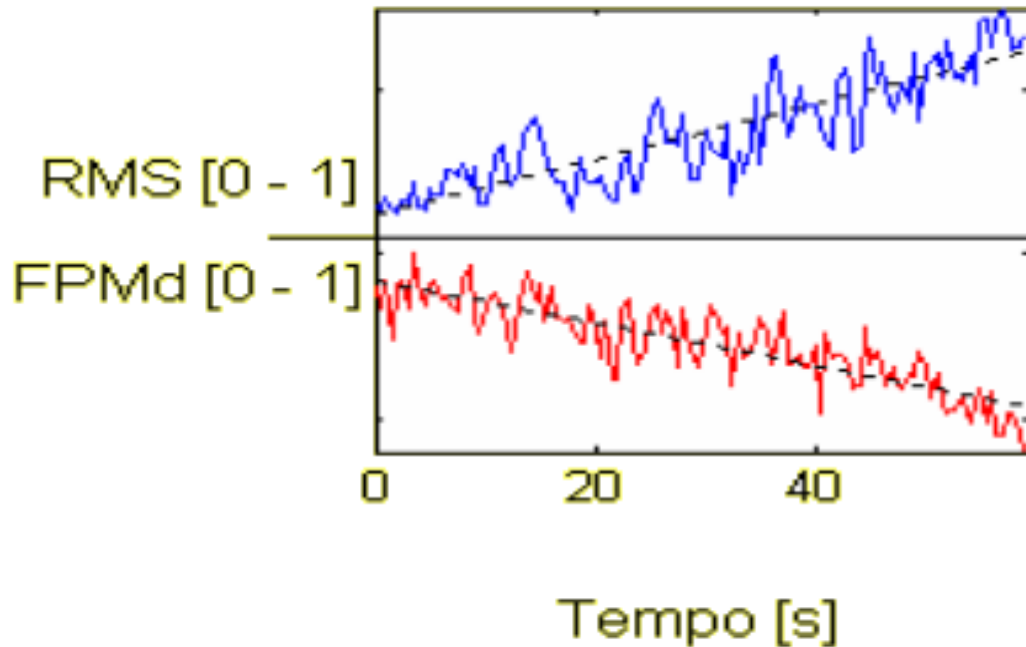
$$a_1 = \frac{N\Sigma XY - (\Sigma X)(\Sigma Y)}{N\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2} = \frac{(8)(364) - (56)(40)}{(8)(524) - (56)^2} = \frac{7}{11} \text{ ou } 0,636.$$

Então,  $Y = a_0 + a_1X$  ou  $Y = 0,545 + 0,636X$ , como anteriormente.



# Coeficiente de Correlação de Pearson

O coeficiente de correlação de Pearson, ou " $\rho$  de Pearson" mede o grau da correlação entre duas variáveis de escala métrica.





# Coeficiente de Correlação de Pearson

O coeficiente de correlação de Pearson, ou "ρ de Pearson" mede o grau da correlação entre duas variáveis de escala métrica.

O coeficiente de correlação de Pearson calcula-se segundo a seguinte fórmula:

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sqrt{\text{var}(X) \cdot \text{var}(Y)}}$$

onde  $x_1, x_2, \dots, x_n$  e  $y_1, y_2, \dots, y_n$  são os valores medidos de ambas as variáveis. Para além disso

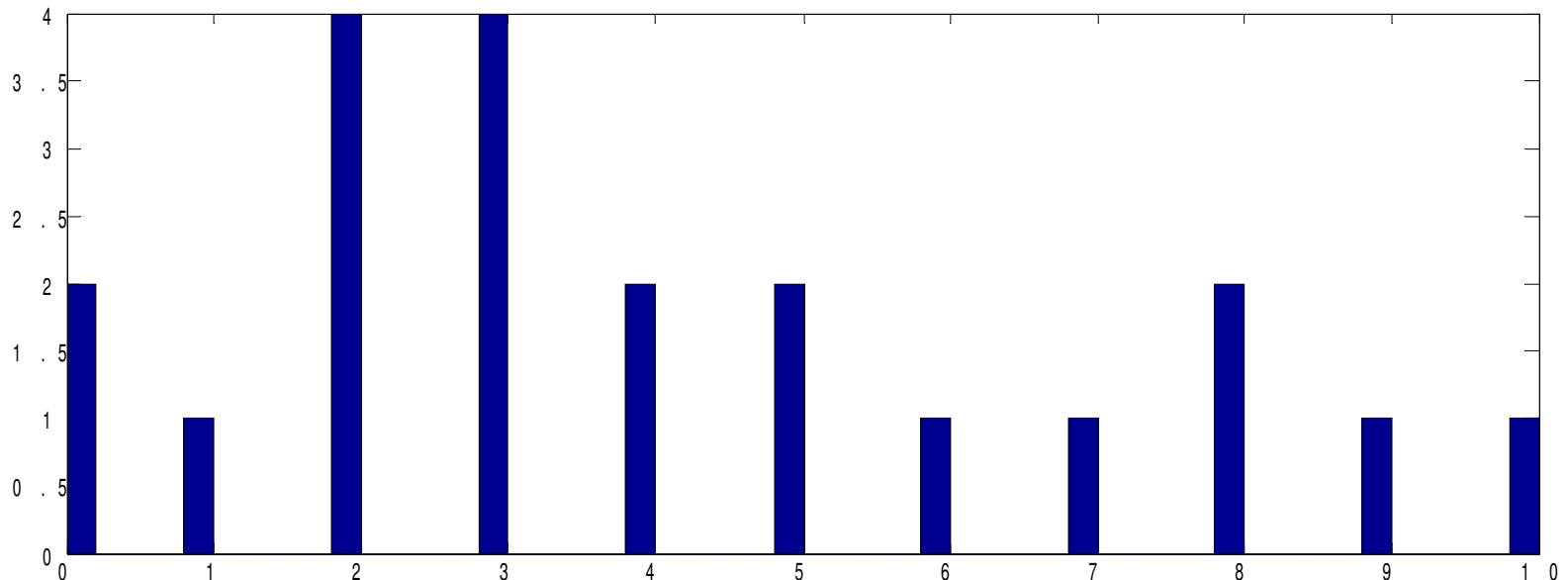
$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{e} \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n y_i$$



# Gráficos e Estatísticas

**O Histograma** - É uma representação gráfica da distribuição de frequências de uma massa de medições, normalmente, apresentado em um gráfico de barras.

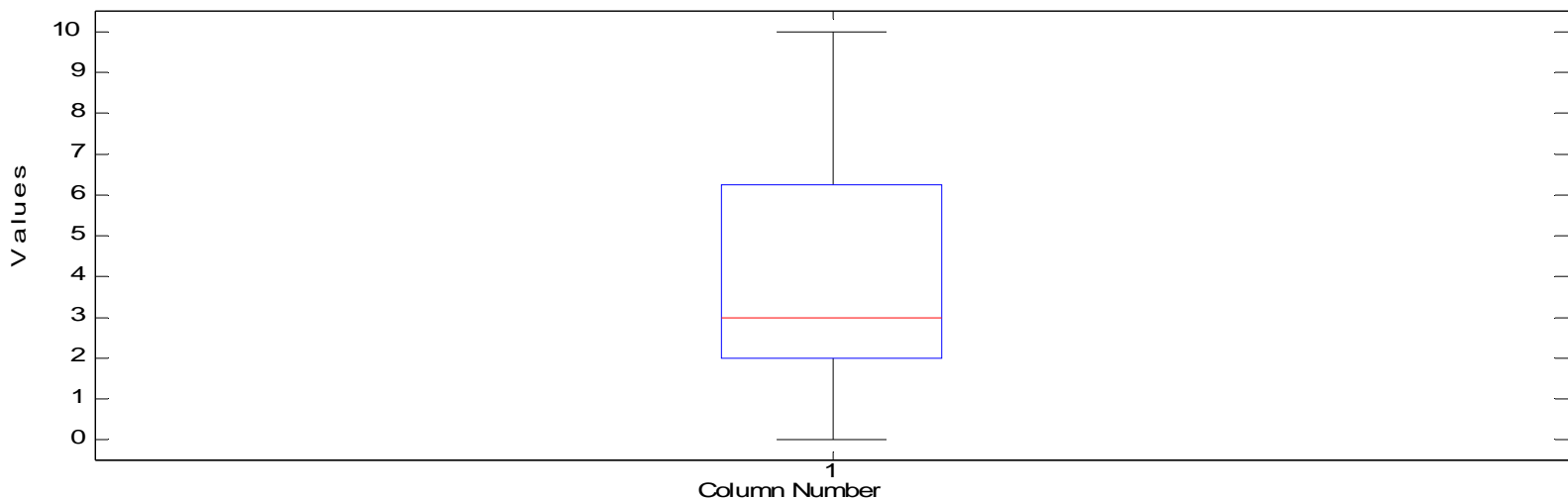
```
>> a=[1 9 2 4 5 8 8 0 2 7 0 2 3 6 5 4 3 10 3 2 3]; hist(a,50)
```



# Gráficos e Estatísticas

**O BoxPlot** - É uma representação gráfica que possibilita representar a distribuição de um conjunto de dados com base em alguns de seus parâmetros descritivos: a mediana ( $q_2$ ), o quartil inferior ( $q_1$ ), o quartil superior ( $q_3$ ) e do intervalo interquartil ( $IQR = q_3 - q_1$ ).

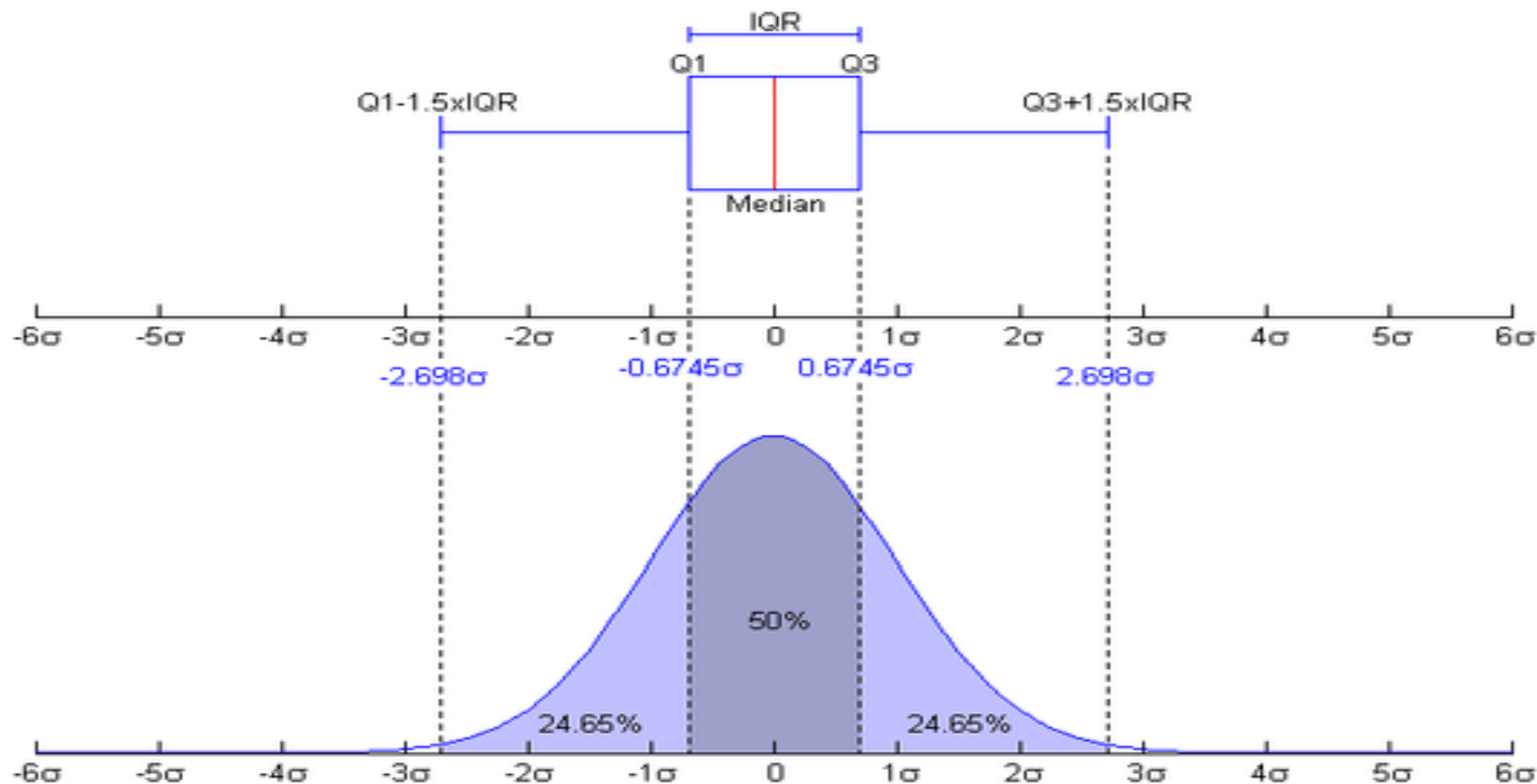
```
>> a=[1 9 2 4 5 8 8 0 2 7 0 2 3 6 5 4 3 10 3 2 3]; boxplot(a)
```





# Gráficos e Estatísticas

## O BoxPlot e a Curva Normal



# Gráficos e Estatísticas

## BoxPlot

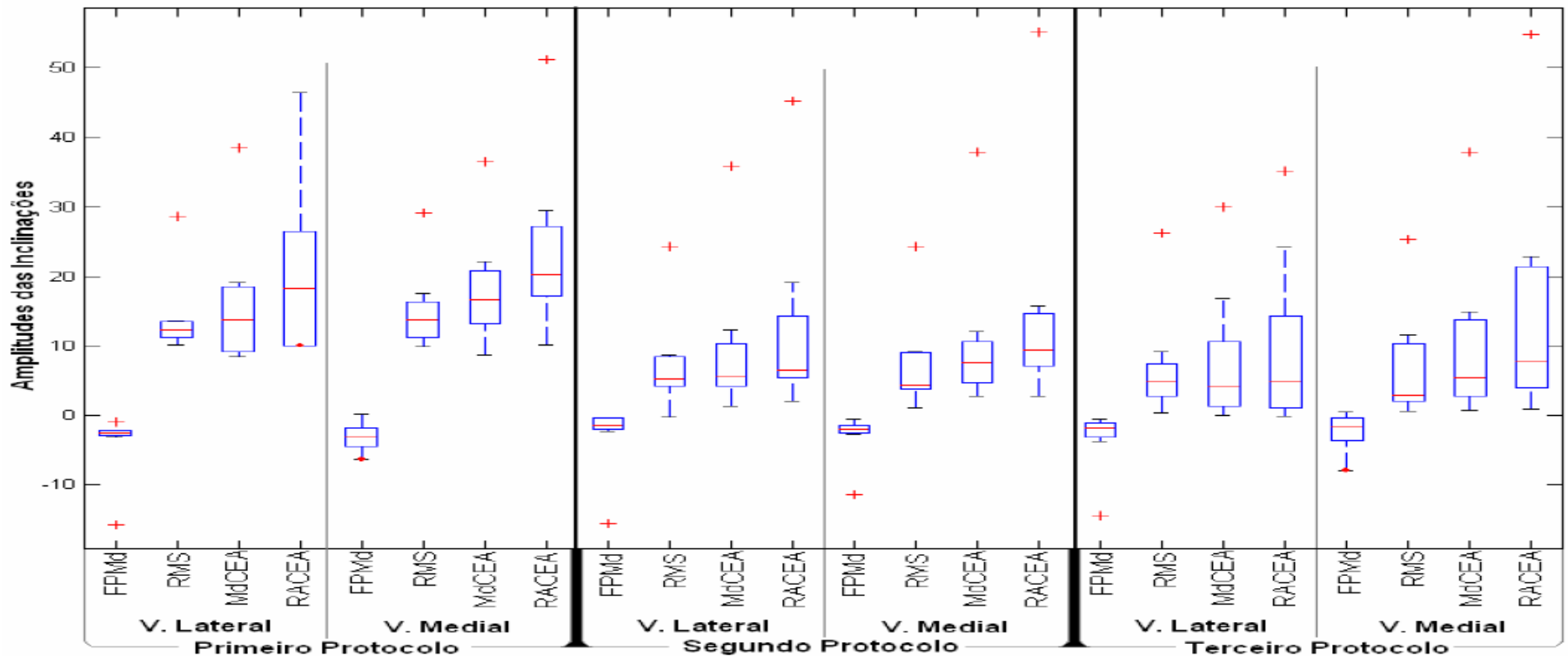


Gráfico *Boxplot* da FPMd, RMS, MdCEA e RACEA, para os três protocolos e músculos vasto lateral e medial.



# Matlab

## Measures of Central Tendency

Measures of central tendency locate a distribution of data along an appropriate scale.

The following table lists the functions that calculate the measures of central tendency.

Function Name	Description
<a href="#"><u>geomean</u></a>	Geometric mean
<a href="#"><u>harmmean</u></a>	Harmonic mean
<a href="#"><u>mean</u></a>	Arithmetic average
<a href="#"><u>median</u></a>	50th percentile
<a href="#"><u>mode</u></a>	Most frequent value
<a href="#"><u>trimmean</u></a>	Trimmed mean

# Matlab

## Measures of Dispersion

The purpose of measures of dispersion is to find out how spread out the data values are on the number line. Another term for these statistics is measure of spread.

The table gives the function names and descriptions.

Function Name	Description
<a href="#"><u>iqr</u></a>	Interquartile range
<a href="#"><u>mad</u></a>	Mean absolute deviation
<a href="#"><u>moment</u></a>	Central moment of all orders
<a href="#"><u>range</u></a>	Range
<a href="#"><u>std</u></a>	Standard deviation
<a href="#"><u>var</u></a>	Variance

# Matlab

## Available Hypothesis Tests

Function	Description
<a href="#"><u>signrank</u></a>	One-sample or paired-sample Wilcoxon signed rank test. Tests if a sample comes from a continuous distribution symmetric about a specified median, against the alternative that it does not have that median.
<a href="#"><u>signtest</u></a>	One-sample or paired-sample sign test. Tests if a sample comes from an arbitrary continuous distribution with a specified median, against the alternative that it does not have that median.
<a href="#"><u>ttest</u></a>	One-sample or paired-sample $t$ -test. Tests if a sample comes from a normal distribution with unknown variance and a specified mean, against the alternative that it does not have that mean.
<a href="#"><u>ttest2</u></a>	Two-sample $t$ -test. Tests if two independent samples come from normal distributions with unknown but equal (or, optionally, unequal) variances and the same mean, against the alternative that the means are unequal.
<a href="#"><u>vartest</u></a>	One-sample chi-square variance test. Tests if a sample comes from a normal distribution with specified variance, against the alternative that it comes from a normal distribution with a different variance.
<a href="#"><u>vartest2</u></a>	Two-sample $F$ -test for equal variances. Tests if two independent samples come from normal distributions with the same variance, against the alternative that they come from normal distributions with different variances.
<a href="#"><u>vartestn</u></a>	Bartlett multiple-sample test for equal variances. Tests if multiple samples come from normal distributions with the same variance, against the alternative that they come from normal distributions with different variances.
<a href="#"><u>ztest</u></a>	One-sample $z$ -test. Tests if a sample comes from a normal distribution with known variance and specified mean, against the alternative that it does not have that mean.



*Lato Sensu*

ENGENHARIA CLÍNICA

## Matlab

---

# Regression Analysis

---

[Introduction](#)

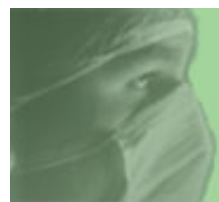
[Linear Regression](#)

[Nonlinear Regression](#)

Regression modeling

Linear models

Nonlinear models



*Lato Sensus*

ENGENHARIA CLÍNICA

# Matlab

---

## Statistical Signal Processing

---

The following chapter discusses statistical signal processing tools and applications, including correlations, covariance, and spectral estimation.

[Correlation and Covariance](#)

Correlation and covariance background information and toolbox functions

[Spectral Analysis](#)

Spectral estimation techniques and toolbox functions

[Selected Bibliography](#)

Sources of additional information



Lato Sensu

ENGENHARIA CLÍNICA

## Próxima Aula!!!

Módulos	Conteúdos Teóricos
<p>2º 07/08.</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Teoria Elementar da Amostragem</li><li>- Teoria Estatística da Estimação</li><li>- Teoria da Decisão Estatística</li><li>- Análise de Séries Temporais</li></ul>
	<p>- Práticas de Laboratório.</p>

- Distribuições Amostrais
- Censo a amostragem
- Amostra aleatória
- Estimador e estimativa
- Dimensionamento de amostra
- Intervalo de confiança
- Teste paramétrico
- Tipos de erro
- Testes de médias e variâncias
- Análise de variância
- Correlação e regressão linear
- Médias móveis

Período Vespertino